



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ  
ÚSTAV TELEKOMUNIKACÍ

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF TELECOMMUNICATIONS

# VYUŽITÍ TRANSFORMACE WAVELET PACKET PRO ÚSPORNÉ VYJÁDŘENÍ OBRAZOVÝCH DAT

USING WAVELET PACKET TRANSFORMATION FOR IMAGE COMPRESSION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE  
BACHELOR'S THESIS

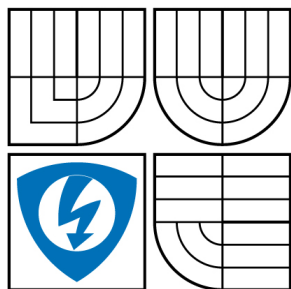
AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

MICHAL KUČERA

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

Ing. FRANTIŠEK KYSELÝ

BRNO 2008



VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií

Ústav telekomunikací

## Bakalářská práce

bakalářský studijní obor

Teleinformatika

**Student:** Kučera Michal

**ID:** 78536

**Ročník:** 3

**Akademický rok:** 2007/2008

### NÁZEV TÉMATU:

**Využití transformace wavelet packet pro úsporné vyjádření obrazových dat**

### POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

Nastudujte algoritmy pro dvojrozměrnou vlnkovou transformaci. Zaměřte se přitom zejména na výpočet úplného waveletového stromu. Porovnejte mezi sebou různá kritéria pro hledání tzv. nejlepší báze a vytipujte, která z nich budou vhodná pro účely komprese obrazu. Vytvořte aplikaci v prostředí Matlab, která umožní otestovat vliv zvoleného kritéria nejlepší báze při kompresi obrazu.

### DOPORUČENÁ LITERATURA:

- [1] Coifman, R.R.; Wickerhauser, M.V.: Entropy-based algorithms for best basis selection. IEEE Transactions on Information Theory, Volume 38, Issue 2, Mar 1992, Page(s):713 - 718
- [2] Taswell, C.: Near-best basis selection algorithms with non-additive information cost functions. In Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, 1994. ISBN: 0-7803-2127-8

**Termín zadání:** 11.2.2008

**Termín odevzdání:** 4.6.2008

**Vedoucí práce:** Ing. František Kyselý

**prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.**

*předseda oborové rady*

### UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

# LICENČNÍ SMLOUVA

## POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

### 1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Michal Kučera  
Bytem: Přemyslova 832/16, 50008, Hradec Králové - Nový  
Hradec Králové  
Narozen/a (datum a místo): 12.1.1986, Hradec Králové

(dále jen "autor")

a

### 2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 244/53, 60200 Brno 2  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Ing. Kamil Vrba, CSc.

(dále jen "nabyvatel")

## Článek 1

### Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
- ☐ diplomová práce
- ☒ bakalářská práce

jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....

(dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Využití transformace wavelet packet pro úsporné vyjádření  
obrazových dat

Vedoucí/školicel VŠKP: Ing. František Kyselý

Ústav: Ústav telekomunikací

Datum obhajoby VŠKP: .....

VŠKP odevzdal autor nabyvateli v:

- ☒ tištěné formě - počet exemplářů 1
- ☒ elektronické formě - počet exemplářů 1

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.

3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

## **Článek 2**

### **Udělení licenčního oprávnění**

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
  - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
  - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
  - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
  - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## **Článek 3**

### **Závěrečná ustanovení**

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: .....

.....

Nabyvatel

.....

Autor

# ANOTACE

V dnešní době stále roste potřeba uchovávat a přenášet digitální obrazová data. K efektivnímu využití přenosových a úložných kapacit je nutná komprese. Tato bakalářská práce se zabývá kompresní metodou založenou na transformaci wavelet packet, která je odvozena od waveletové transformace. Soustředí se zejména na výběr nejlepší báze z úplného waveletového stromu.

Práce porovnává 6 kritérií výběru nejlepší a téměř nejlepší báze od R. R. Coifmana, M. V. Wickerhausera a C. Taswella pomocí programu vytvořeného v prostředí Matlab. Program je vytvořen pouze pro testovací a demonstrativní účely, a proto obsahuje jistá omezení – zpracování pouze černobílého obrazu a omezeného rozlišení. Testovací obraz je po aplikaci algoritmu hledání nejlepší báze s různými kritérii prahován stejným koeficientem. Pro porovnání výsledné kvality je použita střední kvadratická odchylka originálního a komprimovaného obrazu. Za nejlepší kritérium hledání nejlepší báze z hlediska obrazové kvality můžeme považovat tu funkci, která dosáhne nejmenší střední kvadratické odchylky.

Výsledky ukazují, že některé z Taswellových funkcí přináší značné zlepšení vizuální kvality obrazu, za cenu menšího kompresního poměru oproti klasické Shannonově entropii.

**Klíčová slova:** komprese obrazu, wavelet packet, hledání nejlepší báze, kritérium, Matlab

# ABSTRACT

The need for storing and transferring digital image data is still growing nowadays. The Compression is necessary to achieve effective usage of transfer and storage capacity. This Bachelor's Thesis is concerned with compression method based on wavelet packet transform, which is derived from wavelet transform. It is focused especially on best basis search algorithms from whole wavelet packet tree.

There is a comparison between 6 best basis and near-best basis search criterions by R. R. Coifman, M. V. Wickerhauser and C. Taswell in this thesis, which is achieved by using Matlab environment based program. The program was created for testing and demonstrative purpose only and that's why it contains certain limitation such as only black and white image processing and its limited resolution. There is applied constant threshold on testing image after the several best basis criterions application. The Mean Squared Error is used for comparing outcome quality of compressed and original image. The function that acquires minimal Mean Squared Error is considered the best best-basis search criterion in term of visual quality.

The results show that some of the Taswell's functions significantly improve the visual quality of the image at the price of worse compression ratio against common Shannon entropy.

**Key words:** image compression, wavelet packet, best-basis search, criterion, Matlab

# PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma Využití transformace wavelet packet pro úsporné vyjádření obrazových dat jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora

# PODĚKOVÁNÍ

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. Františkovi Kyselému za velmi rychlou, účinnou odbornou a metodickou pomoc a cenné rady při zpracování bakalářské práce.

Dále bych rád poděkoval své rodině a přátelům za veškerou podporu během studia.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora



# SEZNAM POUŽITÝCH ZKRATEK

BMP – BitMap, grafický formát s bezeztrátovou kompresí

CWT – continuous wavelet transform, spojitá waveletová transformace

DP – dolní propust

DWT – discrete wavelet transform, diskrétní waveletová transformace

DWT2 – dvourozměrná diskrétní waveletová transformace

HP – horní propust

JPEG – Joint Photographic Experts Group, obrazový formát se ztrátovou kompresí

JPEG2000 – Joint Photographic Experts Group 2000, obrazový formát s možností  
ztrátové komprese založen na waveletové transformaci

MSE – mean squared error, střední kvadratická odchylka

px – pixel, obrazový bod

WK – waveletové koeficienty

WP – wavelet packet

WT – waveletová transformace

# OBSAH

1. Úvod .....	11
2. Waveletová transformace .....	13
2.1 Spojitá waveletová transformace .....	13
2.2 Diskrétní waveletová transformace .....	14
2.3 Algoritmus výpočtu diskrétní waveletové transformace .....	15
2.4 Dvourozměrná waveletová transformace .....	17
3. Wavelet packet .....	20
4. Hledání nejlepší báze .....	22
4.1 Obecný algoritmus .....	22
4.2 Kritéria pro hledání nejlepší báze .....	23
5. Praktická realizace kompresního programu .....	25
6. Výsledky testování .....	28
7. Závěr .....	32
8. Literatura .....	33

# 1. Úvod

S bouřlivým rozvojem počítačové techniky v posledních desetiletí minulého století se objevilo mnoho nových možností využití obrazových dat. S fotografiemi jsme se přestali setkávat pouze na papíře, stejně jako se na monitory počítačů stěhovala grafická rozhraní namísto původního textového ovládání. Z počátku šlo spíše o naskenované dokumenty než fotografie pořízené digitálními fotoaparáty, to ale nic neměnilo na faktu, že kapacity úložných prostorů přestávaly stačit. Uchovávat nekomprimovaný obraz v počítačích bylo dlouhodobě neúnosné, a proto přišla na řadu komprese. Tu můžeme rozdělit na bezztrátovou, kde nedochází k vypuštění žádné informace, a tudíž po dekompresi dostáváme obraz identický s původním, a ztrátovou, která je založena nejčastěji na nedokonalosti lidských smyslů a při decentním nastavení kompresního poměru jsou rozdíly mezi komprimovaným a nekomprimovaným obrazem nepatrné. Dochází tedy ke ztrátě informace, což je možné pozorovat hlavně v případě nastavení příliš vysokého kompresního poměru – ve fotografii se začnou objevovat kompresní artefakty, jejichž vzhled záleží čistě na použitém druhu komprimace.

Jednou z nejnovějších metod k úspornému vyjádření obrazových dat je waveletová transformace a její rozšíření wavelet packet. Nahrazuje již zastaralou metodu založenou na Kosinové transformaci, kterou používá kompresní formát JPEG. Přestože je JPEG v současnosti nejrozšířenějším formátem, JPEG2000, jenž je právě založen na výpočtu waveletové transformace, ho v mnoha ohledech předčí. Pro stejný vizuální dojem si nový formát vystačí s menším množstvím dat a při vyšších kompresních poměrech nevytváří tolik rušivé artefakty. Nevýhodou je ovšem vyšší výpočetní náročnost, což je také jistě jeden z důvodů mizivého rozšíření nového formátu. Kapacity úložných médií totiž (pevných disků či flash pamětí) rostou v posledních letech velmi rychle a není tu potřeba zvyšovat kompresní poměry, navíc zvyšování výpočetního výkonu přenosných zařízení jako jsou např. digitální fotoaparáty, je většinou na úkor vyšší spotřeby energie, kde narážíme na limitaci kapacity baterie.

Uvedu nyní příklad americké FBI[13], která využila wavelety ke kompresi digitalizované databáze otisků prstů. Naskenovaná sada otisků prstů jednoho člověka zabírala 10MB úložné prostoru počítače. Při představě, že FBI sbírá otisky prstů od roku 1924, jejich databáze narostla na 200 miliónů sad otisků prstů, což již vyžaduje

diskový prostor o kapacitě 2000 TB. Bylo tedy nutné otisky prstů co možná nejvíce zkomprimovat, ovšem zároveň musela být zachována co možná nejvyšší kvalita, aby se daly otisky rozlišit. FBI proto vybral standard založený na algoritmu diskrétní waveletové transformace.

Co všechno nám tedy waveletová transformace umožňuje? Provádí v podstatě podobný rozklad jako Fourierova transformace, tj. libovolný signál rozloží na jednotlivé prvky, ze kterých je složen. Rozdíl ale spočívá v tom, že Fourierova transformace rozkládá signál do časově neohrazených funkcí sinus a kosinus, avšak každá základní funkce waveletové transformace (wavelet, vlnka) má nenulové hodnoty pouze v určitém intervalu, a umožňuje tak analýzu v časově frekvenční oblasti (umožňuje časovou lokalizaci událostí ve spektru).

Waveletová transformace se používá hlavně pro separaci signálu od šumu, kompresi obrazu či zvuku – možno i v reálném čase, rozpoznávání hran a obrysů v obrazu či zvýrazňování určitých částí signálu. Jistě si ale najde svá uplatnění i v mnoha dalších odvětvích lidské činnosti.

## 2. Waveletová transformace

### 2.1 Spojitá waveletová transformace

Spojitá waveletová transformace (continuous wavelet transform - CWT) [4] funkce  $f(t)$  je popsána vztahem

$$S_{CWT}(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt, \quad (2.1)$$

kde  $a > 0$ ,  $b \in \mathbb{R}$  a. Hodnoty spektra  $S_{CWT}(a, b)$  jsou dány korelačním integrálem mezi analyzovaným signálem  $f(t)$  a báзовou funkcí  $\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\psi(t)$ , což je konkrétní vlnka.

Mateřská vlnka  $\psi(t)$  je stejná pro všechny vektory  $(a, b)$ , ale skutečný tvar konkrétní vlnky závisí na obou parametrech. Parametr  $a$  můžeme označit jako měřítko, způsobuje tedy dilataci – vlnka je roztažena  $a$ -krát, přičemž dělení  $\sqrt{a}$  zajišťuje zachování energie vlnky. Parametr  $b$  určuje časový posun (translaci), tj. posunutí vlnky na časové ose o  $b$  sekund.

Funkce  $\psi(t)$  musí splňovat podmínku přípustnosti [3]

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty, \quad (2.2)$$

kde  $\hat{\psi}(\omega)$  představuje integrální Fourierovu transformaci funkce  $\psi(t)$  definovanou pro funkci  $f(t)$  jako

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt. \quad (2.3)$$

Podmínka přípustnosti je postačující podmínkou pro existenci inverzní integrální waveletové transformace. Lze dokázat, že díky podmínce přípustnosti musí rovněž platit

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0, \quad (2.4)$$

tj. podmínka nulové střední hodnoty. Wavelety tedy nemají stejnosměrnou složku, musí mít oscilatorický charakter a jejich kmity musí být tlumeny směrem k  $\pm \infty$ .

## 2.2 Diskrétní waveletová transformace

Při použití waveletové transformace k vyjádření obrazových dat pracujeme s konečným diskrétním signálem, a proto využijeme diskrétní waveletové transformace (DWT) [4]. Je tudíž třeba CWT navzorkovat a to nejlépe dyadicky, při čemž hodnoty parametrů jsou dány jako

$$a = 2^j \quad b = k2^j = ka \quad \text{pro } j, k \in \mathbb{Z} \quad j \geq 1. \quad (2.5)$$

Měřítko  $a$  je vzorkováno v dyadické posloupnosti, zatímco časový posuv rovnoměrně. Lze také ukázat, že vzorky spektra v těchto bodech nesou úplnou informaci o původním signálu, který tak může být přesně rekonstruován.

Nyní navzorkujeme analyzovaný signál vzorkovací periodou  $T$ , což vyplývá z použití vzorkovaných vlnek namísto spojitých. Definiční integrál je tam ovšem nahrazen součtem

$$S_{DWT}(j, k) = \sum_{n=0}^{N-1} f_n \, w_{n, j, k}, \quad a = 2^j, \quad b = k2^j = ka, \quad (2.6)$$

kde  $f_n = f(nT)$  jsou vzorky signálu,  $w_{n, j, k}$  je  $n$ -tý vzorek  $k$ -té posunuté verze diskrétní vlnky, jež je v měřítku  $2^j$ ,  $N$  je počet vzorků signálu. Takto definované diskrétní spektrum má celkem  $N$  hodnot, což je daleko efektivnější než spektrum s  $N^2$  hodnot, které bychom získali při rovnoměrném vzorkování, a přitom je stále možná rekonstrukce původního diskrétního signálu.

DWT je unitární transformace, a tudíž ji můžeme vyjádřit pomocí ortogonální matice  $\mathbf{W}$  řádu  $N \times N$ . Máme-li vektor délky  $n$   $y = (y_1, \dots, y_n)^T$ , jeho waveletovou transformaci [9]  $d = (d_1, \dots, d_n)^T$  získáme když

$$\mathbf{d} = \mathbf{W} \mathbf{y}. \quad (2.7)$$

Díky tomu, že matice  $W$  je ortogonální, inverzní diskretní waveletová transformace může být vyjádřena jako

$$\mathbf{W}^{-1}\mathbf{d} = \mathbf{W}^T\mathbf{d} = \mathbf{y} . \quad (2.8)$$

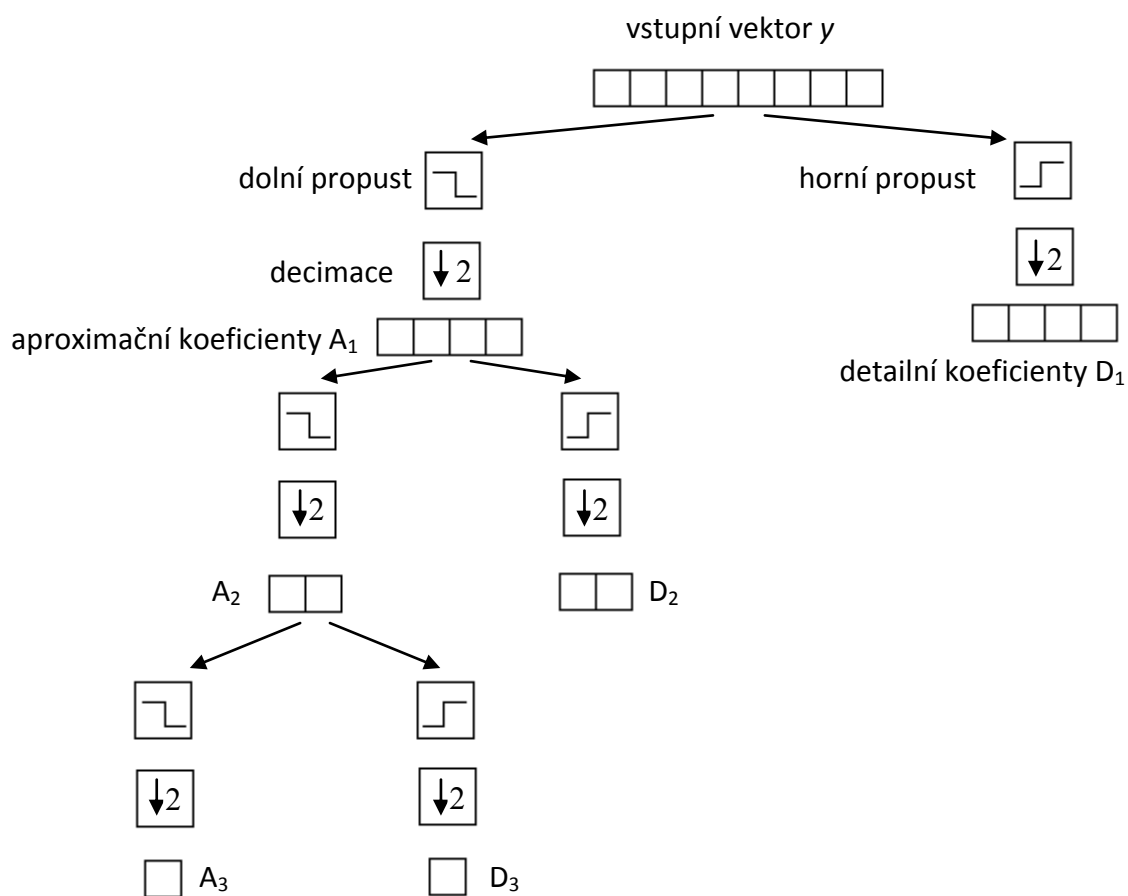
### 2.3 Algoritmus výpočtu diskretní waveletové transformace

Vzhledem k výpočetní náročnosti násobení vstupního vektoru  $y$  délky  $n$  ortogonální maticí  $W$  řádu  $n \times n$  je v praxi výhodnější použít pyramidový rekurzivní algoritmus S. Mallata [7]. Vektor  $y$  filtrujeme pomocí filtru typu dolní propust (DP) a zároveň filtrem typu horní propust (HP). Jde o speciální kvadrurní zrcadlové filtry, jejichž moduly kmitočtových charakteristik jsou zrcadlově obrácené. Obě výsledné posloupnosti decimujeme (vypustíme každý druhý vzorek), a tudíž získáváme 2 nové posloupnosti s přibližně poloviční velikostí původního vstupního vektoru  $y$ .

Koeficienty získané filtrem typu horní propust nazýváme detailními waveletovými koeficienty; aproximačními waveletovými koeficienty nazýváme koeficienty získané filtrem dolní propust. Nyní jsme provedli jeden krok waveletové dekompozice. Další krok provedeme obdobně pouze s rozdílem, že namísto vstupního vektoru  $y$  přivádíme na vstup obou filtrů vektor aproximačních koeficientů s tím, že vektor detailních koeficientů zachováme. Počet kroků nazýváme hloubkou dekompozice. Z obr. 1 vyplývá, že maximální hloubka dekompozice pro osmičlenný vstupní vektor je 3. Obecně pro vstupní vektor s délkou  $n$  platí[9], že maximální hloubka dekompozice je

$$d_{\max} \leq \log_2 n . \quad (2.9)$$

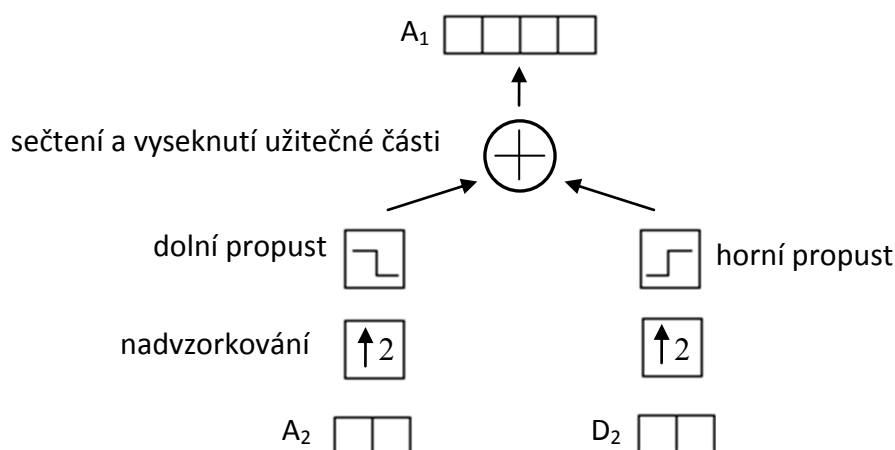
Mallatovým algoritmem můžeme vstupní signál rozložit na detailní a aproximační koeficienty, přičemž nedochází k žádné ztrátě informace. Proces dekompozice je možné zastavit v kterékoli vhodné úrovni, např.  $J$  (a je tak umožněna tzv. neúplná diskretní waveletová transformace), což je další výhoda realizace waveletové transformace pomocí zrcadlově kvadrurních filtrů.



**Obr. 1: Waveletová dekompozice signálu  $y$  pomocí algoritmu S. Mallata o hloubce 3.**

Signál je pak popsán svým aproximačním vektorem  $A_J$  a všemi vektory detailů  $D_J$  až  $D_1$ , a není tedy problém z vypočtené dekompozice vytvořit zpět původní signál postupem přesně opačným. Ukážeme, že na kterékoli úrovni dekompozice  $J$  lze získat aproximační koeficienty vyšší úrovně  $J-1$  z koeficientů  $A_J$  a  $D_J$ . Oba vektory jsou nejprve nevzorkovány čili do vektorů aproximačních a detailních koeficientů vkládáme nuly, a zvyšujeme tedy jejich délku na dvojnásobek. Následně filtrujeme filtry horní a dolní propust, které jsou inverzní k původním dekompozičním filtrům, načež výsledky sečteme a vysekneme pouze potřebnou prostřední část, viz obr. 2. Postup opakujeme tolikrát, kolik je hloubka dekompozice, až dostaneme originální signál.





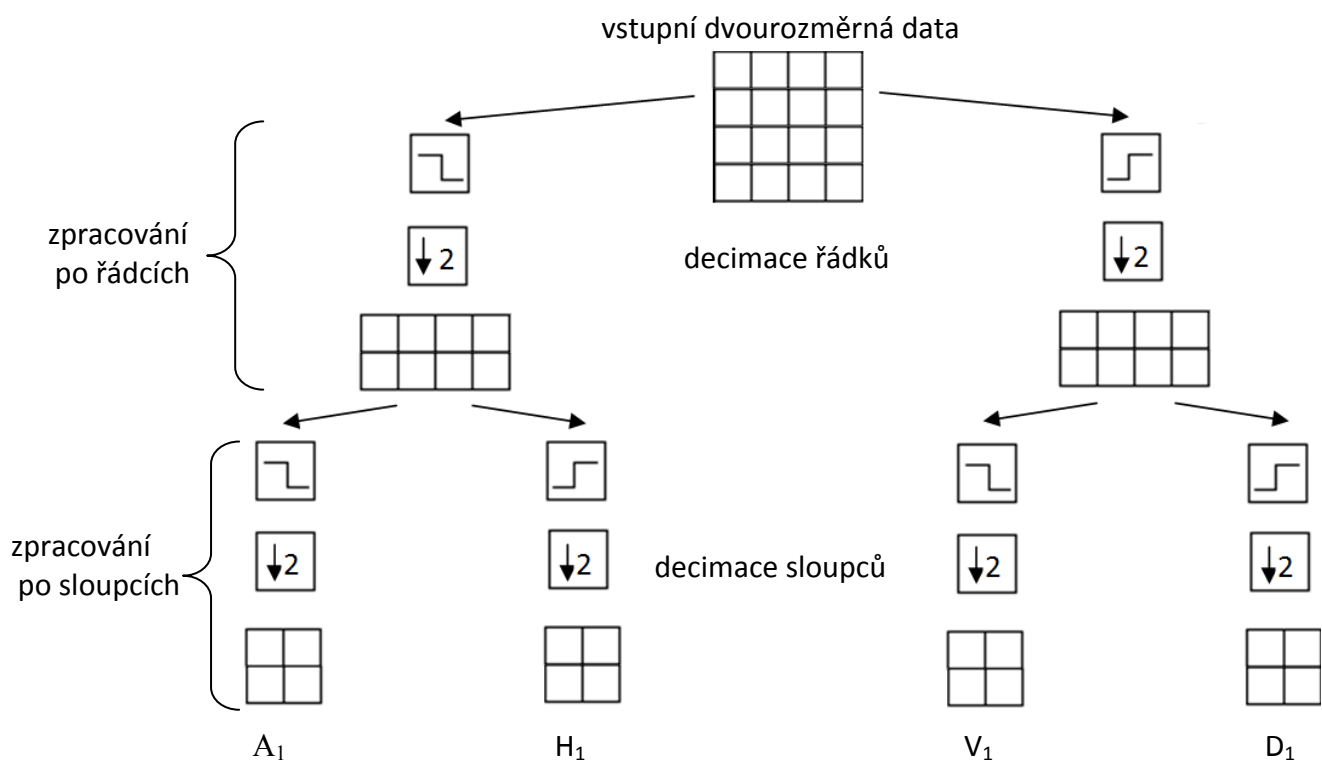
**Obr. 2: Jeden krok waveletové rekonstrukce. Koeficienty  $A_2$  a  $D_2$  jsou navzorkovány, filtrovány přes dolní a horní propust (inverzní k původním dekompozičním filtrům) a následně sečteny. K získání původního aproximačního koeficientu  $A_1$  je již třeba jen vyseknout užitečnou část součtu.**

## 2.4 Dvourozměrná waveletová transformace

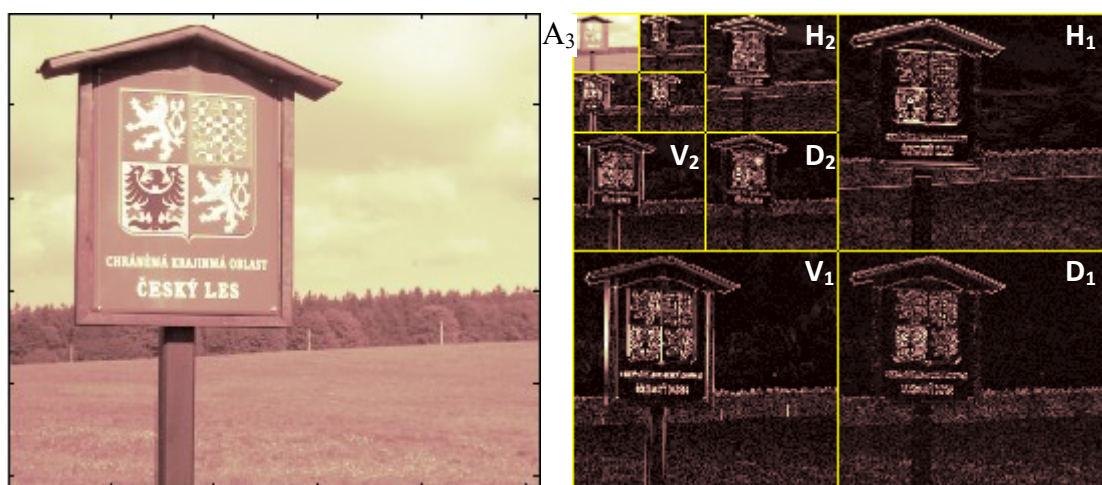
Cílem této práce jsou možnosti komprese obrazu a obraz jako takový je vektor dvojrozměrný. Proto musíme použít diskretní dvourozměrnou waveletovou transformaci (2D – DWT či DWT2) [6], [8]. Pro dekompozici použijeme podobný rekurzivní pyramidový algoritmus jako výše, data ale budeme filtrovat zvlášť po řádcích a zvlášť po sloupcích. Je zřejmé, že počet koeficientů vzniklých jedním krokem algoritmu se nám zvýší dvojnásobně. Situaci ilustruje obr. 3.

Obrázek na vstupu projde filtry DP a HP, načež je decimován, tj. při zpracování po řádcích je vynechán každý druhý řádek. Výsledek opět prochází filtry DP a HP, tentokrát se ale zpracovává po sloupcích, čímž vypadává polovina sloupců. Z jednoho kroku dekompozice vychází koeficienty  $A_1$  – aproximační,  $H_1$  – horizontální,  $V_1$  – vertikální,  $D_1$  – diagonální. Další krok bychom prováděli obdobně, jen místo vstupního obrázku bychom použili aproximační koeficienty posledního spočteného kroku.

Na obr. 4 vidíme praktickou ukázkou dekompozice obrazu. V nejvyšší úrovni se nachází signál  $A_3$ , jenž je filtrován třemi filtry typu dolní propust. Z toho vyplývá, že jde o signálovou složku obsahující zejména hodnoty nízkých frekvencí z původního signálu, a nese tedy největší energii, čili informaci. Tak jako u všech signálů, nízkofrekvenční složky nesou základní informace o signálu. Vysokofrekvenční složky



**Obr. 3: Jeden krok dvourozměrné waveletové dekompozice. Vznikají čtyři druhy koeficientů, každý se čtvrtinou prvků vzhledem ke vstupním datům.**



**Obr. 4: Praktická ukázka rozložení obrazu pomocí diskrétní dvourozměrné waveletové transformace, provedená v programu Matlab. Vlevo je originální obrázek, vpravo jeho dekompozice do hloubky 3. Koeficienty třetí úrovně rozkladu mimo  $A_3$  nejsou z důvodu přehlednosti vyznačeny.**

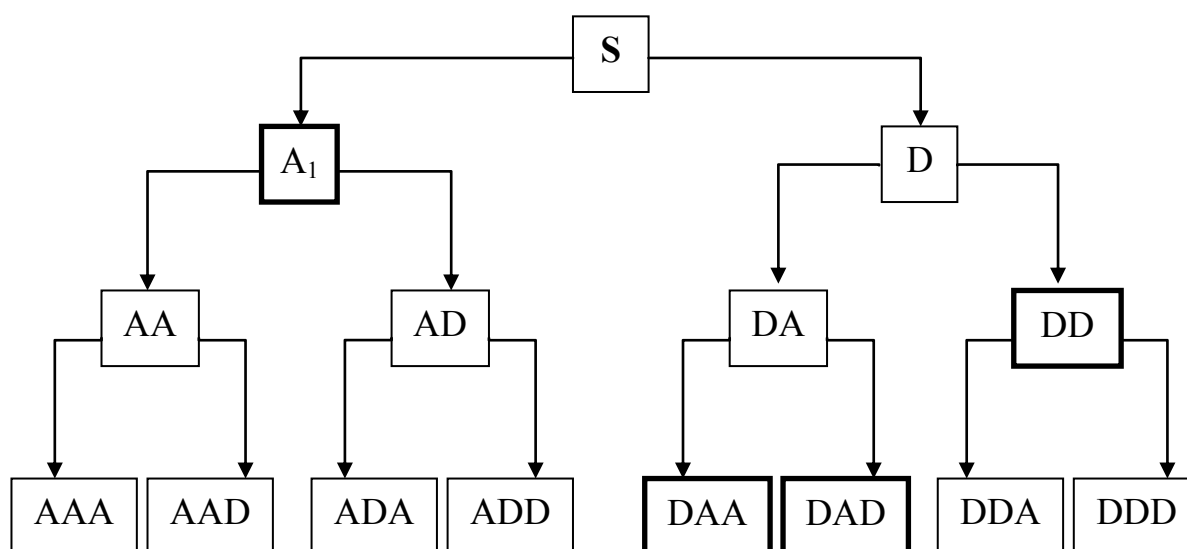
signálu poté uchovávají detailní informaci signálu, což mohou být u obrazových dat např. informace o detailech a hranách obrazu.

Rekonstrukci obrazu z waveletové dekompozice je možné provést inverzním postupem vzhledem k dekompozici. Decimace je nahrazena interpolací, tedy vložení nuly na místo každého původně vynechaného prvku, v našem případě řádku nebo sloupce. Místo dekompozičních filtrů DP a HP přicházejí filtry rekonstrukční, které jsou k původním inverzní. Následuje součet a vyseknutí střední části signálu.

### 3. Wavelet packet

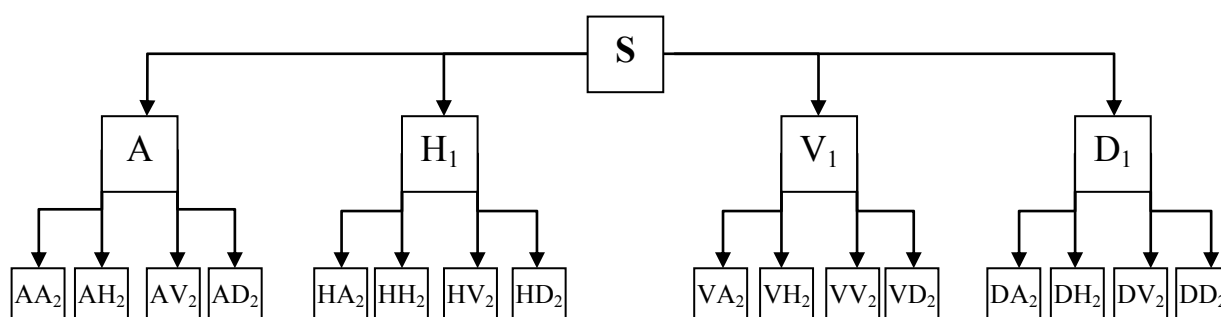
Wavelet packet (vlnkový balíček) vychází z výše uvedené waveletové dekompozice, nabízí ale větší možnosti analýzy signálu. Uvažujeme-li jednorozměrnou diskrétní waveletovou transformaci, tak každý další krok rekurzivního pyramidového algoritmu vychází z aproximačních koeficientů kroku předchozího, přičemž detailní koeficienty se zachovávají. Pro rozklad do úrovně  $n$  existuje  $n+1$  možných způsobů kódování signálu [2]. V případě wavelet packet můžeme zpracovávat (tj. filtrovat filtry typu dolní propust a horní propust s následnou decimací výsledného vektoru) jak aproximační, tak detailní koeficienty.

Výstupní signál může být reprezentován různými částmi úplného waveletového stromu, jak se rozklad nazývá. Na obr. 5 vidíme dekompozici do wavelet packet pro jednorozměrný signál. Rozložený signál pak může být reprezentován různými částmi větví a vede celkem na  $2^n$  různých způsobů kódování signálu, což u waveletové transformace možné nebylo, jelikož jsme využívali vždy pouze jedné větve. Je jasné vidět, že metoda wavelet packet bude výpočetně i paměťově náročnější. Navíc vyvstává otázka, jak vybrat konkrétní rozklad, který nám bude nejlépe vyhovovat. Tomu se budeme věnovat dále v textu.



Obr. 5: Waveletový strom signálu  $S$  se třemi úrovněmi dekompozice. „A“ značí aproximační a „D“ detailní koeficienty, index udává úroveň dekompozice. Signál  $S$  může být reprezentován například jako  $A_1 + DD_2 + DAA_3 + DAD_3$  (zvýrazněno tučně).

Zaměříme-li se na dekompozici obrazu, tedy na rozklad 2D signálu, bude waveletový strom vypadat jako na obr 6. Signál zpracováváme nejprve po řádcích (průchod přes filtry DP a HP s následnou decimací řádků) a poté po sloupcích (opět průchod přes DP a HP zakončené decimací sloupců), čímž stejně jako u dvojrozměrné waveletové transformace vzniká sada čtyř druhů koeficientů: aproximační, horizontální, vertikální a diagonální. Ty všechny nyní podrobíme stejnému zpracování jako původní dvojrozměrný signál, a provedeme tak druhý krok dekompozice wavelet packet, jehož výsledkem je již 16 druhů koeficientů. Tímto způsobem pokračujeme dále, až dosáhneme požadované úrovně dekompozice. Dekompozici obrázku vidíme na obr. 7.



**Obr. 6: Waveletový strom pro dvourozměrný signál. „A“ značí aproximační, „H“ horizontální, „V“ vertikální a „D“ diagonální koeficienty; index udává úroveň dekompozice. Z důvodu přehlednosti je naznačen pouze rozklad do úrovně 2, neboť při třetím kroku by narostl počet druhů koeficientů na 64.**



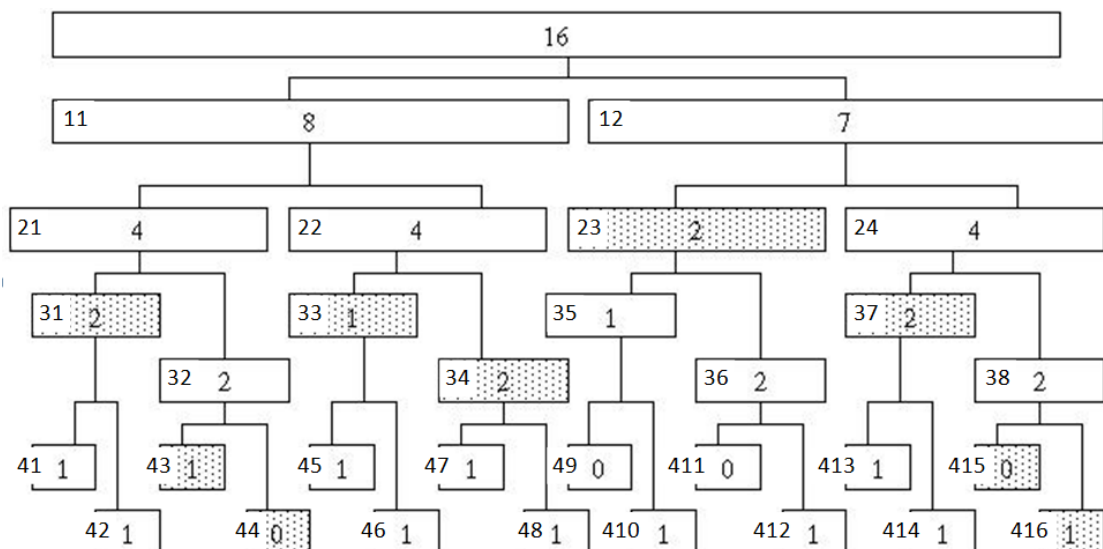
**Obr. 7: Ukázka rozložení obrazu pomocí wavelet packet provedená v programu Matlab. Vlevo je originální obrázek, vpravo jeho dekompozice do hloubky 3. Při porovnání s obr. 3 vidíme hlavně výrazný nárůst koeficientů.**

## 4. Hledání nejlepší báze

### 4.1 Obecný algoritmus

Jak už bylo naznačeno výše, při rozkladu wavelet packet vzniká velké množství možností reprezentace původního signálu. Obecně pro  $m$ -rozměrný signál vzniká  $2^m$  koeficientů při úrovni dekompozice  $n$ . Otázkou je, jak najít tu nejvhodnější variantu – nejlepší bázi - pro náš konkrétní analyzovaný signál. Algoritmus hledání nejlepší báze vybírá nejlépe vyhovující uzly waveletového stromu k reprezentaci originálního signálu. Z jakého hlediska budeme rozklad vybírat, záleží na aplikaci, ke které budeme wavelet packet dekompozici používat, např. ke kompresi obrazu. Nabízí se možnost každý podstrom ohodnotit podle nějakého kritéria a vybrat ten s nejlepším hodnocením. Jako vhodná kritéria se jeví ta, založená na výpočtu entropie. Nejprve se ohodnotí každý uzel waveletového stromu. Poté začínající od spodní části dekompozičního stromu porovnáváme hodnotu entropie rodičovského uzlu s hodnotou součtu entropie všech jeho potomků. Vybíráme uzly s menší hodnotou entropie, v případě, že dojde ke shodě, vybereme rodičovský uzel.

Ian Kaplan [5] uvádí názorný příklad hledání nejlepší báze ve waveletovém stromě pro jednorozměrný signál, obr. 8. Uzly jsou číslovány indexy vlevo, číslo uprostřed uzlu značí hodnotu entropie. Algoritmus hledání nejlepší báze začíná od listů stromu zleva: porovnáváme hodnotu uzlů 41 + 42 proti hodnotě uzlu 31, dochází ke shodě, označujeme 31. Pokračujeme 43 + 44 < 32, označujeme 43 + 44. Dále 45 + 46 > 33, označujeme 33. Stejným způsobem pokračujeme, dokud nedokončíme porovnání na třetí a čtvrté úrovni dekompozice, po které jsou označeny uzly: 31, 43 + 44, 33, 34, 35, 411 + 412, 37 a 415 + 416. Nyní porovnáváme s druhou úrovní: 31 + 43 + 44 < 21, značíme 31 + 43 + 44. Pokračujeme 33 + 34 < 22, značíme 33 + 44. Dále 35 + 411 + 412 = 23, značíme 23; 37 + 415 + 416 < 24, značíme 37 + 415 + 416. Mohli bychom pokračovat porovnáním s další úrovní, v našem případě je ale vidět, že jsme našli nejlepší bázi s nejnížší hodnotou entropie. V případě dvourozměrného signálu bychom postupovali obdobně, pouze bychom porovnávali jeden rodičovský uzel proti čtyřem jeho potomkům atp.



**Obr. 8: Příklad hledání nejlepší báze ve waveletovém stromě pro jednorozměrný signál. Indexy vlevo označují číslo koeficientu (první číslice úroveň dekompozice, druhá a třetí pořadí koeficientu), čísla uprostřed uzlů jsou „vypočtené“ hodnoty entropie. Tečkovaně je vyznačena získaná nejlepší báze.**

## 4.2 Kritéria pro hledání nejlepší báze

Nyní se ještě vrátíme ke kritériu, kterým uzly waveletového stromu hodnotíme. Jsou založeny na výpočtu entropie [2]. Entropie  $E$  musí splňovat následující podmínky, kde  $s$  je signál a  $s_i$  je koeficient signálu  $s$  v ortonormální bázi:

$$E(0) = 0 \quad \text{a} \quad E(s) = \sum_i E(s_i) \quad (4.1)$$

Coifman a Wickerhauser [1] navrhuji použití těchto druhů entropie s tím že  $p \geq 1$ :

Shannonova entropie: 
$$E(s) = -\sum_i s_i^2 \log(s_i^2) \quad \text{s konvencí } \log(0) = 0$$

$\ell^p$  entropie: 
$$E(s) = \sum_i |s_i|^p$$

logaritmus energetické entropie: 
$$E(s) = \sum_i \log(s_i^2) \quad \text{s konvencí } \log(0) = 0$$

(4.2)

Jako alternativu nabízí Carl Taswell svůj Near Best Basis Selection Algorithms – volně přeloženo jako algoritmus hledání téměř nejlepší báze [11]. Abychom mohli definovat Taswelovy funkce, musíme nejprve definovat uspořádaný vektor  $[v_k(s)]$ , kde

$$v_1(s) = |s_{i_1}| \geq \dots \geq v_N(s) = |s_{i_N}| \quad (4.3)$$

takže  $v_k(s) = |s_{i_k}|$  je  $k$ -tý v absolutní hodnotě nejvyšší koeficient vektoru  $s_i$ . Uspořádaný vektor  $v_k$  postačuje k definování weak- $\ell^p$ , ale pro další funkce musíme definovat vektor  $[w_k(s, p)]$ :

$$w_k(s, p) = \left( \sum_{j=1}^k v_j^p(s) \right) / \left( \sum_{j=1}^N v_j^p(s) \right). \quad (4.4)$$

Nyní již můžeme definovat Taswelovy funkce:

weak- $\ell^p$ norm	$W\ell^p(\mathbf{s}) = \max_k k^{(1/p)} v_k(\mathbf{s})$	
kompresní číslo	$N_f^p(\mathbf{s}) = \arg \min_k  w_k(\mathbf{s}, p) - f $	
kompresní oblast	$A^p(\mathbf{s}) = N - \sum_k w_k(\mathbf{s}, p)$	(4.5)

kde  $p$  volíme z intervalu  $0 < p \leq 2$  a  $f$  z intervalu  $0 < f < 1$ .



## 5. Praktická realizace kompresního programu

Matlab je programové prostředí a skriptovací programovací jazyk, který se dnes často využívá pro vědeckotechnické numerické výpočty, počítačové simulace, analýzu dat či zpracování signálů. I pro výpočet waveletové transformace je prostředí programu velmi dobře připraveno. Výborným nástrojem je tzv. Wavelet Toolbox, který poskytuje nástroje pro analýzu a syntézu signálů a obrazů pomocí waveletové transformace a wavelet packet v rámci programového prostředí Matlab.

K realizaci programu Kompresse (obr. 9) bylo použito Matlab GUI – uživatelské grafické rozhraní. Abychom mohli s programem začít pracovat, je nutné načíst vstupní obraz ve formátu BMP do rozměru 256 krát 256 px. Program převede vstupní barevný obraz na stupně šedi kvůli zjednodušení výpočtů a zobrazí ho. Pak je možné přistoupit k provedení waveletové dekompozice obrazu. Tu provádí funkce

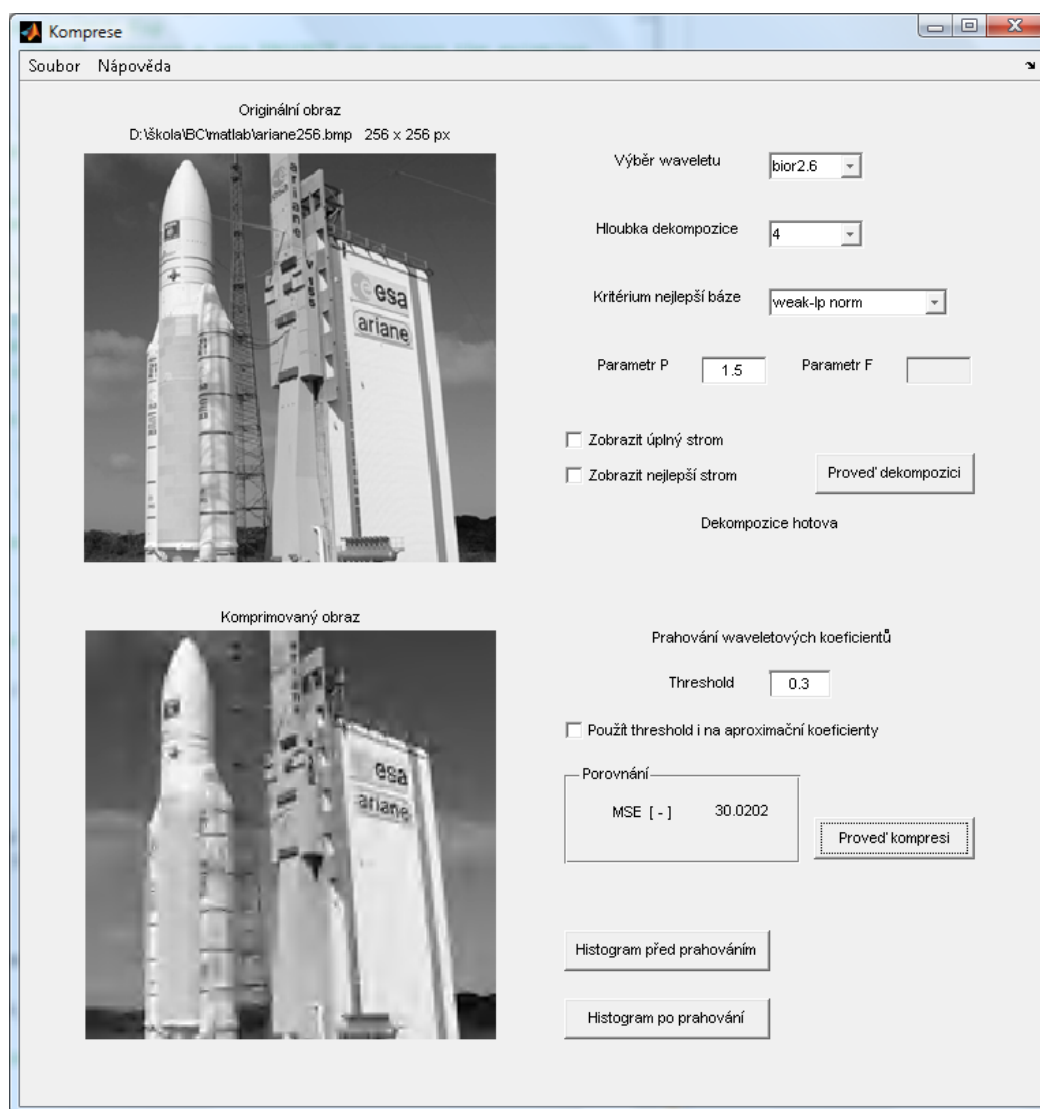
*wpdec2(vstupní obraz, hloubka dekompozice, použitý wavelet, kritérium nejlepší báze, parametr).*

Všechny parametry funkce lze měnit z uživatelského rozhraní. Na výběr je zhruba 20 waveletů, hloubka dekompozice až do úrovně 5 a samozřejmě 6 kritérií hledání nejlepší báze, jak jsou uvedeny v (4.2) a (4.5). K některým funkcím je vyžadován parametr  $p$ , který lze také měnit v uvedeném rozsahu. V případě kompresního čísla je nutné použít ještě parametr  $f$ . Pro Taswellova kritéria bylo nutné vytvořit externí funkce Taswell1.m, Taswell2.m a Taswell3.m, jež jsou volány přímo z *wpdec2()*.

Se stiskem tlačítka „Proveď dekompozici“ se zároveň provádí i funkce

*besttree(úplný waveletový strom),*

která vybírá nejlepší bázi z již ohodnoceného úplného waveletového stromu. Před započítáním dekompozice je také možné zaškrtnout zobrazení úplného waveletového stromu či nejlepší báze, které se po dokončení operací zobrazí v samostatných oknech. V případě, že algoritmus vybere jako nejlepší bázi výchozí kořenový uzel (1,1), je implementována podmínka, která provede dodatečnou dekompozici do úrovně 1.



**Obr. 9: Aplikace Kompresse vytvořená v prostředí Matlab, ve které je provedena dekompozice a komprese testovacího obrazu**

Zvláště při maximální velikosti obrazu jsou výše uvedené výpočty značně náročné, a proto je třeba vyčkat několik sekund, než se dekompozice provede. Nejnáročnější jsou Taswelova kritéria kompresní číslo a kompresní oblast, u kterých je doporučeno používat nižší rozlišení obrazu, neboť při maximální velikosti je výpočetní čas až několik desítek sekund v závislosti na použitém waveletu, parametrech a samozřejmě i počítači, na němž program spouštíme. Pokud používáme počítač s vícejádrovým procesorem, může nám zkrátit dobu výpočtu zapnutí multithreadingu, který Matlab umožňuje [12].

Druhá část programu se věnuje kompresi. Funkce

*wpthcoef(nejlepší báze, prahovat aproximační koeficienty, tvrdé či měkké prahování, prahovací hodnota)*

zajišťuje prahování WK. Lze nastavit, zda prahovat jenom detailní, nebo i aproximační koeficienty a konkrétní hodnotu prahu, nastavení druhu prahování možné není - program používá tvrdé prahování. Stiskem tlačítka „Proveď kompresi“ dojde zároveň ke zpětné rekonstrukci WK, zobrazení komprimovaného obrazu a MSE.

Dále jsou k dispozici dvě tlačítka, která zobrazí rozložení waveletových koeficientů jako histogram v samostatném okně, a to buď před prahováním, nebo po něm, což umožňuje optimální volbu prahu.

Pro porovnání originálu s komprimovaným obrazem byla vybrána střední kvadratická odchylka (MSE). K výpočtu je použitý vztah

$$MSE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N (K(i,k) - O(i,k))^2, \quad (5.1)$$

kde  $M$  a  $N$  je výška resp. šířka obrazové matice,  $K$  je komprimovaný obraz a  $O$  je originální obraz [12].

## 6. Výsledky testování

Výsledky byly pořízeny programem Komprese, podrobněji rozebraném v předcházející kapitole. Tab. 1 ukazuje hodnoty MSE pro vybrané wavelety a 3 hloubky dekompozice. Jako kritérium nejlepší báze byla vybrána Shannonova entropie. U některých waveletů nebyl obraz dokonale rekonstruován – bylo v něm patrné „rozčtverečkování“. Těmto druhům waveletů se v dalším testování vyhneme.

CHKO256.bmp		threshold 0,3		Shannonova entropie
wavelet	hloubka dekompozice			poznámka
	3	4	5	
haar	24,79	27,80	28,92	nedokonalá rekonstrukce
db3	28,30	31,13	31,53	
db6	29,19	32,03	32,65	
db9	30,87	33,48	34,24	
db12	31,42	34,17	34,60	
coif1	28,18	31,16	31,93	
sym2	28,49	31,12	31,37	
bior2.6	25,20	27,14	27,36	
bior3.3	28,20	32,40	34,81	
rbior2.6	32,02	35,41	37,29	
rbior3.3	46,07	58,35	65,09	nedokonalá rekonstrukce

**Tab. 1: Hodnoty MSE v závislosti na waveletu a hloubce dekompozice. Použitý byl testovací obrázek CHKO256.bmp, prahovací hodnota 0,3. Nejmenší hodnota MSE je zvýrazněna tučně.**

Jak je vidět, nejmenší hodnotu MSE dosáhl Haarův wavelet, který ovšem neumožňuje dokonalou rekonstrukci obrazu. Proto byl k dalšímu testování vybrán wavelet Biorthogonal 2.6, jehož vlastnosti jsou druhé nejlepší. Pro porovnání byl přidán ještě Daubechies 6. Ukázalo se také, že hloubka dekompozice 5 nepřináší zvýšení kvality obrazu, a tudíž nebyla do dalšího testování zařazena.

V tab. 2 již můžeme pozorovat hodnoty MSE pro stejný testovací obraz, ale v porovnání kritérií hledání nejlepší báze. Nejlepší hodnoty dosáhla Taswellova funkce kompresní číslo.

CHKO256.bmp	threshold 0,1					
kritérium nejlepší báze	parametr		wavelet / hloubka dekompozice			
			bior2.6		db6	
	$p$	$f$	3	4	3	4
Shanonova entropie	-	-	11,81	11,96	14,31	14,74
logaritmus energie	-	-	14,46	16,25	15,14	17,14
$\ell^p$ norm	1	-	11,81	12,00	14,21	14,63
$\ell^p$ norm	1,5	-	10,99	10,99	14,21	14,21
weak- $\ell^p$ norm	0,5	-	14,46	16,25	15,14	17,14
weak- $\ell^p$ norm	1	-	11,81	12,00	14,25	14,68
weak- $\ell^p$ norm	1,5	-	10,99	10,99	12,80	12,80
kompresní číslo	1	0,9	<b>8,48</b>	<b>8,48</b>	8,99	8,99
kompresní oblast	0,5	-	10,99	10,99	14,20	14,20
kompresní oblast	1	-	11,81	12,00	14,20	14,63
kompresní oblast	1,5	-	15,80	16,80	14,21	14,63

**Tab. 2: Hodnoty MSE v závislosti na zvoleném kritériu nejlepší báze a hloubce dekompozice. Použitý byl testovací obrázek CHKO256.bmp, prahovací hodnota 0,1. Nejmenší hodnota MSE je zvýrazněna tučně.**

Vzhledem k náročnosti výpočtu a množství měření byl pro další testy vybrán jiný testovací obraz. Jak je uvedeno v tab. 3, provádíme dekompozici obrazu ariane128.bmp s rozlišením 128 krát 128 px, což výrazně přispělo k rychlosti zpracování.

Tučně vyznačené nejnižší střední kvadratické odchylky jasně ukazují nejlepší výsledky kvality obrazu pro funkce kompresní číslo a weak- $\ell^p$  norm s parametrem  $p = 1,5$ . V případě nejvyššího testovaného prahu  $\text{thr} = 0,6$  vykazuje tradiční Shannonova entropie více než dvojnásobnou MSE. Co takový rozdíl znamená ve vizuálním pohledu na věc, můžeme vidět na obr. 10, kde srovnáváme dva komprimované obrázky CHKO256.bmp se stejným nastavením prahu, pouze s jiným použitým kritériem hledání nejlepší báze. Zatímco první obrázek ztrácí pouze některé detaily, druhý je již celý rozmazán a objevují se artefakty typické pro WT.

Pokud se ovšem podíváme na konkrétní vybraný nejlepší strom (bázi), vidíme, že Taswelovy funkce, které dosahují nejlepších výsledků MSE, často vybírají jako nejlepší bázi např. první úroveň dekompozice, což z pohledu komprese sice znamená

A) ariane128.bmp	threshold 0,1					
kritérium nejlepší báze	parametr		wavelet / hloubka dekompozice			
			bior2.6		db6	
	$p$	$f$	3	4	3	4
Shanonova entropie	-	-	13,24	13,57	15,58	15,83
logaritmus energie	-	-	15,03	17,47	15,90	18,08
$\ell^p$ norm	1	-	13,24	13,24	15,58	15,58
$\ell^p$ norm	1,5	-	12,54	12,54	14,36	14,36
weak- $\ell^p$ norm	0,5	-	13,44	13,60	15,87	16,19
weak- $\ell^p$ norm	1	-	13,24	13,24	15,58	15,58
weak- $\ell^p$ norm	1,5	-	10,11	10,11	<b>9,85</b>	<b>9,85</b>
kompresní číslo	1	0,9	10,11	10,11	<b>9,85</b>	<b>9,85</b>
kompresní oblast	0,5	-	12,54	12,54	14,36	14,36
kompresní oblast	1	-	13,24	13,24	15,58	15,58
kompresní oblast	1,5	-	13,24	13,47	15,58	15,58

B) ariane128.bmp	threshold 0,3					
kritérium nejlepší báze	parametr		wavelet / hloubka dekompozice			
			bior2.6		db6	
	$p$	$f$	3	4	3	4
Shanonova entropie	-	-	36,92	40,19	31,97	33,50
logaritmus energie	-	-	28,95	32,04	32,49	34,74
$\ell^p$ norm	1	-	24,08	24,08	26,08	26,08
$\ell^p$ norm	1,5	-	24,08	24,08	26,08	26,08
weak- $\ell^p$ norm	0,5	-	27,00	28,39	32,49	33,99
weak- $\ell^p$ norm	1	-	27,19	27,19	31,97	31,97
weak- $\ell^p$ norm	1,5	-	16,49	16,49	<b>16,27</b>	<b>16,27</b>
kompresní číslo	1	0,9	16,49	16,49	<b>16,27</b>	<b>16,27</b>
kompresní oblast	0,5	-	24,08	24,08	26,08	26,08
kompresní oblast	1	-	27,19	27,19	31,97	31,97
kompresní oblast	1,5	-	27,19	28,59	31,97	31,97

C) ariane128.bmp	threshold 0,6					
kritérium nejlepší báze	parametr		wavelet / hloubka dekompozice			
			bior2.6		db6	
	$p$	$f$	3	4	3	4
Shanonova entropie	-	-	34,86	38,33	39,86	45,40
logaritmus energie	-	-	35,55	39,62	39,58	44,42
$\ell^p$ norm	1	-	34,86	34,86	39,86	39,86
$\ell^p$ norm	1,5	-	29,04	29,04	28,85	28,85
weak- $\ell^p$ norm	0,5	-	34,86	38,53	39,58	45,17
weak- $\ell^p$ norm	1	-	34,86	34,86	39,86	39,86
weak- $\ell^p$ norm	1,5	-	16,57	16,57	<b>16,32</b>	<b>16,32</b>
kompresní číslo	1	0,9	16,57	16,57	<b>16,32</b>	<b>16,32</b>
kompresní oblast	0,5	-	29,04	29,04	28,85	28,85
kompresní oblast	1	-	34,86	34,86	39,86	39,86
kompresní oblast	1,5	-	34,86	38,53	39,86	39,86

**Tab. 3: Hodnoty MSE v závislosti na zvoleném kritériu nejlepší báze a hloubce dekompozice. Použitý byl testovací obrázek ariane128.bmp, prahovací hodnota A) thr = 0,1, B) thr = 0,3, C) thr = 0,6. Nejmenší hodnota MSE je zvýrazněna tučně.**

A)



B)



**Obr. 10: Srovnání kvality obrazu pro soubor CHKO256.bmp, wavelet bior 2.6, hloubka dekompozice 4, threshold 0.6, A) kompresní číslo, B) Shannonova entropie.**

velmi dobrou kvalitu, bohužel však nízký kompresní poměr. Je to zřejmé při zobrazení histogramu komprimovaného obrazu, kde druhý obraz má zhruba o 50% více nulových koeficientů.

## 7. Závěr

V této bakalářské práci byla podrobně rozebrána teorie týkající se výpočtu waveletové transformace, jejího rozšíření wavelet packet a hlavně algoritmu výpočtu nejlepší báze. Dále byla srovnána kritéria hledání nejlepší báze. Z výsledků měření se může zdát, že Taswellový funkce vycházejí jako nejlepší možné řešení. Mají lepší obrazovou kvalitu, bohužel však při nižší kompresi. Také pro různé obrazové soubory se lépe hodí jiný wavelet a jiné kritérium nejlepší báze. Proto nelze jednoznačně určit nejlepší funkci.

Když se zamyslíme nad druhy bází, které jsou vybírány jako nejlepší, často vidíme, že je upřednostňován strom používaný waveletovou transformací, občas s přidáním jednoho či dvou dalších podstromů. Taswellový funkce někdy vybírají za nejlepší bázi první úroveň dekompozice, ta ale poskytuje malý kompresní poměr. Když se k těmto skutečnostem přidá výpočetní náročnost celá transformace wavelet packet, tj. nejen samotná dekompozice, ale hlavně ohodnocení všech uzlů waveletového stromu, nabízí se otázka, zda pro běžné použití má tato metoda smysl. Waveletová transformace je podstatně méně náročná na výpočetní výkon a přitom kritéria hledání nejlepší báze u WP stejně určí bázi takovou, která se od stromu WT výrazně neodlišuje. Je možné, že pro specifické využití by transformace WP byla vhodnější.

Tato práce ukázala základní možnosti, které wavelet packet a hledání nejlepší báze má. Pokud hledáme dobrý kompresní poměr bez ohledu na náročnost výpočtu, využití wavelet packet je jistě zajímavou možností.



## 8. Literatura

- [1] COIFMAN, R. R.; WICKERHAUSER, M. V.: *Entropy-based algorithms for best basis selection*. IEEE Transactions on Information Theory, Volume 38, Issue 2, Mar 1992, Page(s): 713 – 718.
- [2] HORA, P.: *Analýza waveletovými balíčky*, 1998 [online] Dostupné z: [http://www.cdm.cas.cz/publications/hora/ph\\_vm1998.pdf](http://www.cdm.cas.cz/publications/hora/ph_vm1998.pdf)
- [3] HORA, P.: *Vlastnosti spojité waveletové transformace*, 2000 [online] Dostupné z: [http://www.cdm.cas.cz/publications/hora/ph\\_turb2000.pdf](http://www.cdm.cas.cz/publications/hora/ph_turb2000.pdf)
- [4] JAN, J.: *Číslíková filtrace, analýza a restaurace signálů*, druhé upravené a rozšířené vydání, Brno: VUTIUM, 2002. 427s. ISBN 80-214-2911-9.
- [5] KAPLAN, I.: *The Wavelet Packet Transform*, 2002 [online], poslední aktualizace březen 2002 [cit. 2007-12-01] Dostupné z: [http://www.bearcave.com/misl/misl\\_tech/wavelets/packet/index.html](http://www.bearcave.com/misl/misl_tech/wavelets/packet/index.html)
- [6] KYSELÝ, F.: *Metody maskování chyb v prostředí Matlab*, 2007. 86s. Diplomová práce.
- [7] MALLAT, S.: *A Wavelet Tour of Signal Processing*, 1999. 2nd edition, Academic Press. ISBN: 0-12-466606-X.
- [8] MALÝ, J.: *Metoda pro kompresi obrazových signálů pomocí waveletové transformace*. 85s. Diplomová práce. Dostupné z: <http://wavelets.triablo.net/down/diplomova-prace.pdf>
- [9] RAJMÍČ, P.: *Využití waveletové transformace a matematické statistiky pro separaci signálu a šumu*, 2004. 107s. Dizertační práce.
- [10] ŠVIHLÍK, J.: *Aplikace DWT pro potlačení šumu v obraze*, 2005 [online] Dostupné z: [http://phobos.vscht.cz/konference\\_matlab/MATLAB05/prispevky/svihlik/svihlik.pdf](http://phobos.vscht.cz/konference_matlab/MATLAB05/prispevky/svihlik/svihlik.pdf)

- [11] TASWELL, C.: *Near-best basis selection algorithms with non-additive informationcost functions*. In Proceedings of the IEEE-SP International Symposium on Time-Frequency and Time-Scale Analysis, 1994. ISBN: 0-7803-2127-8.
- [12] MATLAB, oficiální stránky [online]. c1994-2008, [cit. 2008-05-26]. Dostupné z: <http://www.mathworks.com/products/matlab/>
- [13] *The FBI Fingerprint Image Compression Standard*, 2002 [online], poslední aktualizace 25. 6. 2002 [cit. 2007-12-06] Dostupné z: <http://www.ccs3.lanl.gov/~brislawn/FBI/FBI.html>

## Seznam příloh

- [1] CD s elektronickou verzí bakalářské práce a programem Komprese

Obsah:

adresář MATLAB	program Komprese, pro spuštění programu použijte soubor <b>project.m</b>
	čtyři obrázky BMP k testování v rozlišení 128*128px a 256*256px
xkucer57.pdf	elektronická verze bakalářské práce
readme.txt	obsah CD